

Основни означения:

PV – сегашна стойност; FV – бъдеща стойност; i - процент (превърнат в число); t – брой периоди (години), през които става разглеждането

Основни формули:

$$FV = PV(1+i)^t \qquad PV = \frac{FV}{(1+i)^t}$$

Задача 1. Една фирма прави проучване, че ако внедри в производството машина на стойност 200 евро, след една година ще получи приход 285 евро. Ако разходите по поддръжката на машината са 65 евро, изгодно ли е фирмата да закупи тази машина? Известно е, че лихвеният процент в банката през въпросната година е 5%.

Решение: Ако машината бъде закупена, то в края на годината фирмата ще е получила $285 - 65 = 220$ евро приход. Тъй като стойността на машината е 200 евро, то печалбата на фирмата ще бъде $220 - 200 = 20$ евро. Това не е достатъчно да се отговори на въпроса дали покупката е изгодна, защото следва да се направят пресмятания какво би се случило, ако вместо да се купува машина, сумата от 200 евро се вложат в банката. Ие използваме формулата $FV = PV(1+i)^t$. В случая $PV = 200$, $i = 5\% = 0,05$ и $t = 1$ (една година). Тогава $FV = PV(1+i)^t = 200(1+0,05)^1 = 200 \cdot 1,05 = 210$ евро. Тъй като $220 > 210$, по-изгодно е фирмата да закупи машината и да организира съответното производство вместо да влага средствата в банката.

Задача 2. Фирма прави влог в банката в размер на 5000 евро при годишна лихва 8%. Каква е стойността на влога след 3 години?

Решение: $PV = 5000$, $i = 8\% = 0,08$, $t = 3$, $FV = ?$

$$FV = PV(1+i)^t = 5000(1+0,08)^3 = 6298,5 \text{ (пресмятанията се извършват с калкулатор)}$$

Задача 3. Какъв влог трябва да направи една фирма в банката при годишна лихва 8%, за да може след 3 години стойността на влога да е 15 000 евро?

Решение: $FV = 15\,000$, $i = 8\% = 0,08$, $t = 3$, $PV = ?$

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^t} = \frac{15000}{(1+0,08)^3} = 11\,907,48 \text{ (пресмятанията се извършват с калкулатор)}$$

Задача 4. Ако в продължение на 4 години лихвеният процент в банката е 5%, намерете стойността на 1000 евро.

Решение: Отговорът зависи от това дали сумата от 1000 евро е в началото или в края на 4-годишния период. В случая $i = 5\% = 0,05$, $t = 4$

Първи вариант. $PV = 1000$ и $FV = ?$

Имаме $FV = PV(1+i)^t = 1000(1+0,05)^4 = 1215,51$ (пресмятанията се извършват с калкулатор)

Втори вариант. $FV = 1000$ и $PV = ?$

$$\text{Имаме } PV = \frac{FV}{(1+i)^t} = \frac{1000}{(1+0,05)^4} = 822,70.$$

В някои банки олихвяването става няколко пъти в годината. Тогава формулите за пресмятане на FV и PV се изменят по следния начин:

$$FV = PV \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t} \qquad PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t}},$$

където m е броят на олихвяванията през годината (обикновено 2 пъти годишно, на тримесечие, всеки месец или ежедневно)

Задача 5. Фирма прави влог в банката в размер на 5000 евро при годишна лихва 8%. Каква е стойността на влога след 3 години, ако олихвяването се извършва 2 пъти годишно? Сравнете резултата с резултата от задача 2. Какво се случва, ако олихвяването е ежесмесечно или ежедневно?

Решение: $PV = 5000$, $i = 8\% = 0,08$, $t = 3$, $m = 2$, $FV = ?$

$FV = PV \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t} = 5000 \left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{2 \cdot 3} = 5000 \cdot 1,04^6 = 6326,59$ (пресмятанията се извършват с калкулатор). В сравнение със задача 2 сега сумата е по-голяма.

При ежесмесечно олихвяване е изпълнено: $m = 12$, а при ежедневно $m = 365$.

$FV = PV \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t} = 5000 \left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12 \cdot 3} = 6351$ (пресмятанията се извършват с калкулатор)

$FV = PV \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot t} = 5000 \left(1 + \frac{0,08}{365}\right)^{365 \cdot 3} = 6356$ (пресмятанията се извършват с калкулатор)

Задача 6. Намерете лихвения процент на банката, ако за 6 години стойността на влог от 10 000 евро нараства на 20 000.

Решение:

$$\begin{aligned} FV &= PV(1+i)^t \\ 20000 &= 10000(1+i)^t \\ \frac{20000}{10000} &= (1+i)^t \\ \left(\frac{20000}{10000}\right)^{\frac{1}{t}} &= 1+i \\ \left(\frac{20000}{10000}\right)^{\frac{1}{t}} - 1 &= i \\ (2)^{\frac{1}{6}} - 1 &= i \\ 1,1224 - 1 &= i \\ i &= 0,1224 = 12,24\% \end{aligned}$$

Задача 7. Лихвеният процент на банката е 7,5%. За колко години стойността на влог от 10 000 евро ще нарастне на 20 000?

Решение:

$$FV = PV(1+i)^t$$

$$20000 = 10000(1+0,075)^t$$

$$\frac{20000}{10000} = (1+0,075)^t$$

$$2 = (1+0,075)^t$$

$$\lg(2) = \lg(1+0,075)^t \text{ (логаритмите са десетични)}$$

$$\log(2) = t \log(1+0,075)$$

$$t = \frac{\log(2)}{\log(1+0,075)}$$

$t = 9,5844$ (пресмятанията се извършват с калкулатор, който има възможност за логаритмуване).

Задача 8. Пресметнете сегашната стойност на 10 000 евро, получена за 5 години в банка с годишна лихва 4,5%, ако олихвяването е годишно.

Задача 9. Колко време е необходимо на един влог да удвои стойността си, ако банката е с годишна лихва 6% при годишно олихвяване?

Задача 10. Известно е, че стойността на 2500 евро нараства на 45625 евро за 8 години. Намерете лихвения процент, ако олихвяването е годишно.